

## TP 2 : TRANSFORMÉE DE FOURIER ET ALIASING

La séance de TP se fait sous environnement Windows, sauf si vous avez une nette préférence pour Linux.

Pour commencer la séance

1. Lancer un navigateur, par exemple Mozilla, et aller sur la page web suivante :  
<http://imagine.enpc.fr/~marletr/enseignement/mpi/index.html>
2. Télécharger l'archive. Une fois décompressée on obtient un dossier `TIVA_TP2`.
3. Lancer ensuite `Matlab` et modifier le répertoire de travail en choisissant le répertoire `Bureau/TIVA_TP2` que vous avez créé.
4. Pour les différentes questions, vous pouvez utiliser un «copier-coller» à partir de ce document. Il est fortement recommandé de saisir toutes les commandes dans la fenêtre de l'éditeur que vous avez ouverte. Pour exécuter les commandes saisies, il suffit de les sélectionner avec la souris et d'appuyer sur la touche `F9`.
5. Pour inclure des commentaires dans le programme, ce qui est fortement recommandé, vous devez utiliser le caractère `%`. Tout ce qui suit ce caractère sera négligé lors de l'exécution.

### 1. Charger et visualiser des signaux et des images.

1. On travaillera avec l'image `treewall.jpg`. On peut naturellement travailler avec des images d'autres formats.

```
I=imread('treewall.jpg');  
image(I)  
axis off  
axis image
```

2. Vous pouvez aussi visualiser les composants R,G et B de l'image :

```
figure('color','cyan')  
J = I;  
J(:, :, 2:3) = 0;  
image(J)  
axis off  
axis image
```

3. La commande `image` permet de visualiser une image RGB ou NB dont les couleurs sont soit codés sur 8 bits par un entier au format `uint8`, soit codés par des doubles dans l'intervalle  $[0, 1]$ . `imagesc` permet d'afficher des images en niveaux de gris dont les valeurs ne satisfont pas ces restrictions.
4. Pour "imprimer" une image ou un graphe au format `.jpg`, `.png`, `.eps` ou autre dans un fichier séparé on utilisera la commande `print`. Elle imprime le contenu de la figure courante. Par exemple, `print('-depsc','mon_image.eps')` pour une image EPS couleur. Lorsqu'il s'agit d'images PNG et JPEG sont plus appropriées. Les commandes sont `print('-dpng','mon_image.png')` et `print('-djpeg','mon_image.jpg')`.
5. Pour avoir accès à l'aide concernant une fonction Matlab, vous pouvez utiliser la commande `help` dans la ligne de commande. Par exemple pour avoir des information sur la commande `print`, vous pouvez taper `help print`.

### 3. Transformée de Fourier d'une image

1. Chargez l'image `walltree.jpg`
2. Dans le reste du TP on travaillera avec une image en niveau de gris. Convertissez l'image `walltree.jpg` en image noir et blanc en faisant la moyenne des canaux RGB. Ensuite, affichez l'image obtenue en utilisant `imagesc` et en exécutant la commande `colormap('gray')` qui fixe le code couleur aux niveaux de gris.
3. Calculez et affichez les différentes parties de la FFT de cette image : sa partie réelle, sa partie imaginaire, son module, sa phase. On utilisera les commandes `fft2`, `ifft2`, `fftshift`, `ifftshift`, `imagesc`, `real`, `imag`, `abs`. Utilisez la commande `help` pour avoir des informations sur ces fonctions. Il sera peut-être nécessaire de prendre le logarithme d'une quantité pour que l'image obtenue soit lisible.
4. Recalculer l'image à partir de sa transformée de Fourier. Que se passe-t-il si on ne prend que le module de la TFD pour reconstruire l'image ? ... que la phase ? Insérez les images obtenues dans le compte rendu.

### 4. Aliasing

1. Chargez l'image `brickwall.jpg` et affichez la.
2. Redimensionnez l'image affichée en changeant sa taille à l'écran et son *aspect ratio* avec la souris. Qu'observe-t-on ?
3. Ecrivez une fonction qui sous-échantillonne l'image en prenant 1 pixel sur  $T$ . Visualisez l'image obtenue pour différentes valeurs de  $T$  de 2 à 10. La fonction `pause` pourra être utile. Qu'observe-t-on ?

### 5. Version discrete du théorème d'échantillonnage

On se propose ici de retrouver la fréquence de coupure de Nyquist qu'on a utilisé dans la section précédente.

1. Soit  $f \in \mathbf{R}^N$  un signal discret. Quelle relation existe-il entre  $\hat{f}[n]$  et  $\hat{f}[N - n]$  ?

2. **Peignes discrets.** On considère, pour  $f \in \mathbf{R}^N$ , sa version échantillonnée  $f_d$  avec un pas  $T \in \{1, \dots, N\}$  qui peut s'écrire  $f_d = Tfc$  avec  $c = \sum_{p=0}^{N/T-1} \delta[\cdot - Tp]$  un peigne de Dirac. Calculer la transformée de Fourier discrète du peigne de Dirac et montrer que c'est un autre peigne de Dirac.
3. En déduire la forme de  $\widehat{f}_d$  et quel filtre passe-bas il faut lui appliquer pour retrouver le signal initial sous l'hypothèse où le spectre de  $f$  est concentré sur les basses fréquences. En particulier en déduire la valeur de coupure de Nyquist.

**Le compte-rendu est à envoyer sous format pdf à [guillaume.obozinski@imagine.enpc.fr](mailto:guillaume.obozinski@imagine.enpc.fr) dans un délai de deux semaines.**