I | Mesure de photo consistance

- La plus courante est la corrélation croisée normalisée (NCC)

Soit W un voisinage autour des pixels :

$$\begin{cases} \langle I_i, m_i, I_j, m_j \rangle = \frac{1}{|W|} \sum_{w \in W} \left[\left(I_i(m_i+w) - \bar{I}_i(m_i) \right) \times \left(I_j(m_j+w) - \bar{I}_j(m_j) \right) \right] \\ \text{avec } \bar{I}_i(m_i) = \frac{1}{|W|} \sum_{w \in W} I_i(m_i+w) \end{cases}$$

puis
$$\boxed{NCC(I_i, m_i, I_j, m_j) = \frac{\langle I_i, m_i, I_j, m_j \rangle}{\left(\langle I_i m_i I_i m_i \rangle \langle I_j m_j I_j m_j \rangle \right)^{1/2}}}$$

On a $-1 \leq NCC \leq 1$. Plus NCC est grande, plus les "textures" autour de m_i et m_j sont "similaires".

- Si deux images sont reliées par une transformation affine, $NCC = 1$
- Limitations :
  - invariante seulement par translation
  - pb de l'ouverture : ambiguïtés, par ex. le long d'un contour

II | Points "saillants"

1- Points de Harris :

- G_σ gaussienne
- $$H = \begin{pmatrix} (I_x)^2 * G_\sigma & (I_x I_y) * G_\sigma \\ (I_x I_y) * G_\sigma & (I_y)^2 * G_\sigma \end{pmatrix}$$

tenseur de structure. (I_x, I_y dérivées)

- points max locaux (et au dessus d'un seuil donné) du "score" : $\det(H) - k[\mathrm{Tr}(H)]^2$
(empiriquement, $k = 0{,}04$)

2- DoG

- Espace d'échelle $I_\sigma = I * G_\sigma$
→ extrema de $\sigma^2 \Delta I_\sigma$: "blobs" et non plus les "coins"
→ attention : extrema 3D en (x, y, σ)
→ le laplacien est approximé par différence entre I_σ et $I_{k\sigma}$ (k proche de 1)
→ parmi ces blobs, on élimine les contours avec un critère sur $\dfrac{\mathrm{Tr}(H)^2}{\det(H)}$ (H = tens. struct.)
→ Fournit $\boxed{\text{position et échelle}}$

3- Descripteurs SIFT

- on peut comparer les points saillants par NCC mais les SIFT procèdent autrement :
(1) extraction des "DOG"
(2) chaque voisinage (x, y, σ) est caractérisé par un vecteur $\mathbb{R}^{128}$:
  - histogramme de la direct° du gradiant
    → orientat° que l'on ramène à l'horizontale
  - 4x4 zones caractérisées chacune par histogramme de direction du gradient à 8 cases → $4 \times 4 \times 8 = 128$

→ $\boxed{\text{invariance en échelle et orientation (donc similitude mais pas affine ni projectif !)}}$

II Estimation de paramètres

1) Moindres carrés

$AX = b$ avec $A : m \times n$, $m > n$, $rg(A) = n$

$\longrightarrow \begin{cases} X = A^+ b & \text{(pseudo inverse) minimise} \\ \|AX - b\| & (A^+ = (A^TA)^{-1}A^T) \end{cases}$

2) Homogènes

$\min\limits_{\|X\|=1} \|AX\| \longrightarrow$ SVD : $A = UDV^T$

$\longrightarrow X =$ dernière colonne de V

(plus petite valeur singulière)

3) Levenberg-Marquardt (LM)

$\min \|f(x)\|^2$

- itératif : x_n, $\varepsilon_n = f(x_n)$
- Taylor : $\varepsilon_{n+1} \simeq \varepsilon_n + J(x_{n+1} - x_n)$ (Jacobienne)

minimiser $\varepsilon_{n+1} \longrightarrow$ prendre $x_{n+1} = x_n - J^+ \varepsilon_n$

- LM : mélange entre second ordre et premier ordre ; dans J^+, multiplier la diagonale de (J^TJ) par $(1+\lambda)$.

Règle : [Si $\|\varepsilon_{n+1}\| < \|\varepsilon_n\|$, on divise λ par 10, sinon on multiplie λ par 10 et on recalcule x_{n+1}

4) RANSAC : ~~→ cf INF 553~~

$\longrightarrow$ besoin de deux fonctions

(1) Estimer les param. pour un échantillon réduit

(2) Calculer l'erreur de chaque mesure pour des paramètres donnés

$\longrightarrow$ INLIERS / OUTLIERS

5) Principe général

(a) – mesures bruitées et avec OUTLIERS

$\rightarrow$ RANSAC avec estimateur linéaire

(b) – Sur les INLIERS : moindres carrés

(c) A partir de cette estimation linéaire, rafinement non linéaire par LM. sur une erreur ayant un sens géométrique

NB : normaliser les données (recentrer et normaliser la variance)

6) Exemples

6.1 Triangulation :

Trouver X pour $x_i\ P_i$ connus $x_i = P_i X$ (homogène)

- écrire $x_i \wedge P_i X = 0$ et prendre les 2 premières équations
- $\min\limits_{\|X\|=1} \|AX\|$ avec $A = \begin{pmatrix} u_i L_i^3 - L_i^1 \\ v_i L_i^3 - L_i^2 \\ \vdots \end{pmatrix}$

$\left(x_i = (u_i\ v_i\ 1)^T,\ P_i = \begin{pmatrix} L_i^1 \\ L_i^2 \\ L_i^3 \end{pmatrix} \right)$

- rafiner : $\min \sum_i d^2(x_i, P_i X)$ (non homogène)

6.2 Homographie

- 4 paires suffisent $\rightarrow$ estimateur pour RANSAC : $x_i = H x_i'$
- Moindres carrés (non homogènes si $H = \begin{pmatrix} = \\ -\ 1 \end{pmatrix}$ ou homogènes si $H = \begin{pmatrix} \equiv \end{pmatrix}$) sur les INLIERS
- Rafinement : $\min \sum_i d^2(x_i, H x_i') + d^2(H^{-1} x_i, x_i')$

6.3 Mat. fondamentale

- RANSAC avec 8 paires (ev^t algo. des 7 paires avec eq° du 3° degré) : $x_i'^T F x_i = 0$
- Moindres carrés sur INLIERS
- Raffinement : $\min \sum_i d^2(x_i, epi(x_i')) + d^2(x_i', epi(x_i))$
- Forcer $rg(F) = 2$ par SVD