

# Algorithmique et Programmation

## Examen sur machine

G1: monasse(at)certis.enpc.fr    G2: thorsten(at)certis.enpc.fr  
G3: aganj(at)certis.enpc.fr    G4: tousch(at)certis.enpc.fr  
G5: courchay(at)certis.enpc.fr    G6: eric.bughin(at)gmail.com

12/12/08

## 1 Enoncé

### 1.1 Ensemble de Mandelbrot

Le but de l'exercice demandé est de dessiner l'ensemble de Mandelbrot  $\mathcal{M}$  de deux façons différentes.

**Définition.** Soit  $c$  un nombre complexe. On considère la suite définie par  $z_0 = 0$  et  $z_{n+1} = z_n^2 + c$ . L'ensemble  $\mathcal{M}$  est constitué des points  $c$  pour lesquels cette suite ne diverge pas en module.

**Propriété.** On peut montrer que dès que  $|z_n| > 2$  pour un certain  $n$  alors la suite diverge.

### 1.2 Travail demandé

Notes importantes :

- Créer sur le bureau un projet portant son nom.
- Ne pas se déconnecter, afin que l'enseignant récupère le travail à la fin de l'examen.

Étapes :

1. Définir une structure représentant les complexes et les fonctions associées strictement nécessaires au programme.
2. Programmer une fonction décidant, de façon approchée après un nombre maximum d'itérations, si un complexe appartient à  $\mathcal{M}$ .
3. Dans une fenêtre de taille  $n \times n$  correspondant à la région  $\{z = a + ib \mid -2 \leq a \leq 1, -1.5 \leq b \leq +1.5\}$ , dessiner  $\mathcal{M}$ . On dessinera en blanc les points de  $\mathcal{M}$ , en noir les autres.
4. La décision  $c \notin \mathcal{M}$  est prise après un certain nombre d'itérations. Dessiner ces points d'une couleur intermédiaire entre noir et blanc, fonction de ce nombre d'itérations (cf. figure)
5. Réaliser maintenant dans une nouvelle fonction un dessin progressif de  $\mathcal{M}$ . Il s'agit de voir s'afficher un carré occupant toute la fenêtre, puis quatre, puis seize, etc. afin d'observer  $\mathcal{M}$  se préciser au fur et à mesure (cf figure). La couleur de chaque carré doit être celle du complexe correspondant au coin en haut à gauche du carré. On s'appliquera en outre à ne pas recalculer ni afficher deux fois la même valeur.

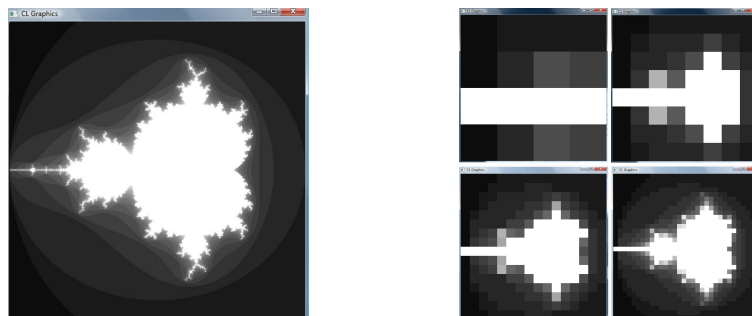


FIG. 1 – Ensemble de Mandelbrot. A droite : dessin progressif